Міністерство освіти і науки України
Відокремлений структурний підрозділ
«Одеський автомобільно-дорожній фаховий коледж
Державного університету «Одеська політехніка»

ЗАТВЕРДЖЕНО
Голова Приймальної комісії

_______ С.В. Мироненко
«25» березня 2021 р.

Зразок білета з математики для вступників
на основі повної загальної середньої освіти (11 клас)
в 2021 році
Частина І (завдання з вибором відповіді)

1. Спростити вираз: $\frac{\sqrt{a}-1}{1-\sqrt[4]{a}}$.

А	Б	В	Г
$\sqrt[4]{a}+1$	$\sqrt[4]{a}-1$	$-\sqrt[4]{a}-1$	інша відповідь

2. Знайти найбільше ціле значення x, яке задовольняє нерівності:

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-3) > -2.$$

А	Б	В	Г
7	**4**	**11**	**3**

3. Знайти період функції: $y = cos\left(\frac{3}{2}x + 18^{\circ}\right)$.

А	Б	В	Г
$\frac{3\pi}{2}$	3π	$\frac{4\pi}{3}$	2π

4. У арифметичній прогресії перший член дорівнює 8, різниця дорівнює 4. Знайти суму перших шістнадцяти членів цієї прогресії.

А	Б	В	Г
560	**608**	**712**	**320**

.

5. Який кут у градусах утворює з додатною піввіссю *OX* дотична до графіка функції $y = x^2 + \sqrt{3\pi}$ у точці $x_0 = 0,5$?

А	Б	В	Г
0°	30°	45°	60°

6. Центральний кут на 50° більше вписаного кута, який спирається на ту ж дугу. Знайти, скільки градусів містить дуга.

А	Б	В	Г
100°	85°	70°	60°

Частина ІІ (завдання зі стислою відповіддю)

7. Розв'язати нерівність $|x-2| + |x+2| \leq 4$ та вказати найменше ціле додатне рішення.

8. Знайти корені рівняння $\frac{1+tgx}{1-tgx} = 1 + sin2x$, які належать проміжку (-90°; 0°).

Частина III (завдання з розгорнутою відповіддю)

9. В основі піраміди лежить ромб з гострим кутом α. Всі двогранні кути при основі піраміди рівні β . Точка висоти піраміди, що знаходиться на відстані a від вершини піраміди, рівновіддалена від її бічної грані і площини основи. Визначити площу бічної поверхні піраміди.

Розв'язок зразку білета з математики для вступників на основі повної загальної середньої освіти (11 клас)

1. $\frac{\sqrt{a}-1}{1-\sqrt[4]{a}}=\frac{(\sqrt[4]{a}-1)(\sqrt[4]{a}+1)}{-(\sqrt[4]{a}-1)}=-\sqrt[4]{a}-1.$ **Відповідь: В**.

2. $\log_{\frac{1}{3}}(x-3)>-2 \Rightarrow \begin{cases} x-3>0 \\ x-3<\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>3 \\ x<12 \end{cases} \Rightarrow 3<x<12 \Rightarrow \{11\}.$ **Відповідь: В**.

3. $y=\cos\left(\frac{3}{2}x+18^\circ\right); T=\frac{2\pi}{3/2}=\frac{4\pi}{3}.$ **Відповідь: В**.

4. $a_1=8, d=4, S_{16}=?$

$S_{16}=\frac{16+4\cdot15}{2}\cdot16=(16+60)\cdot8=76\cdot8=608.$ **Відповідь: Б**.

5. $y=x^2+\sqrt{3\pi}, x=0.5; \alpha=?$

$tg\alpha=y'(x_0); y'(x)=2x;\ tg\alpha=2\cdot0.5=1\Rightarrow\alpha=45^\circ$. **Відповідь: В**.

6. $2x=x+50^\circ\Rightarrow x=50^\circ\Rightarrow 2x=100^\circ$. **Відповідь: А**

1	2	3	4	5	6
В	В	В	Б	В	А

7. $|x-2|+|x+2|\le 4$

Ця нерівність еквівалентна сукупності нерівностей:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<-2 \\ -x+2-x-2\le4 \end{cases} \\ \begin{cases} -2\le x<2 \\ -x+2+x+2\le4 \end{cases} \\ \begin{cases} x\ge2 \\ x-2+x+2\le4 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<-2 \\ x\ge-2 \end{cases} \\ \begin{cases} -2\le x<2 \\ 4\le4 \end{cases} \\ \begin{cases} x\ge2 \\ x\le2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \varnothing \\ -2\le x<2 \Rightarrow x\in[-2;2]. \\ x=2 \end{array}\right.$$

Відповідь: $[-2;2]; \{1\}.$

8. $\frac{1+tgx}{1-tgx}=1+\sin2x$ ОДЗ: $\cos x\ne0\Rightarrow x\ne\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in z,$

$$\frac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}=(\cos x+\sin x)^2 \quad tgx\neq 1\Rightarrow x\neq\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in z.$$

$$(\cos x+\sin x)\left(\frac{1}{\cos x-\sin x}-(\cos x+\sin x)\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos x+\sin x=0\\ \dfrac{1-(\cos^2 x-\sin^2 x)}{\cos x-\sin x}=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\\ 1-\cos^2 x+\sin^2 x=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\\ \sin x=0\end{array}\right.\Rightarrow$$

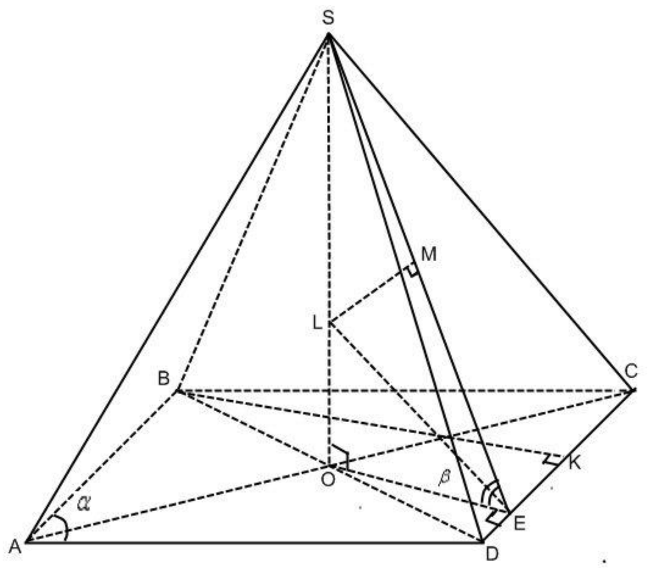
$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z\\ x=\pi n, n\in Z.\end{array}\right.$$

Знайдемо корені рівняння, які належать проміжку (-90°; 0°).

$$k=0, x=-\frac{\pi}{4}\sim -45°.$$

Відповідь: $\{-45°\}$.

9.



Дано: $SABCD$ – піраміда, $ABCD$ – ромб; $\angle BAD=\alpha$; всі двогранні кути при основі піраміди рівні β; $SO\perp(ABC)$; $L\in SO; SL=a$; $LM\perp SDC$; $OL=LM$.

Знайти: $S_{біч}-?$

Розв'язок:

Нехай $SABCD$ – піраміда. Так як усі двогранні кути при основі рівні, то вершина піраміди проектується у центр кола, що вписане в основу піраміди. А так як в основі піраміди – ромб, то вершина піраміди проектується в точку перетину діагоналей ромба. Крім того, $S_{біч}=\frac{1}{2}P_{осн}SE$, де $P_{осн}=4BC$ – периметр основи піраміди; SE – апофема піраміди.

Площина SOE перпендикулярна до площі SCD по признаку двох перпендикулярних площин. Тоді основа перпендикуляру LM, точка M (LM перпендикулярна площині SCD) лежить на відрізку SE.

$\angle OSE = 90° - \beta.$

Із $\Delta SLM(\angle SML = 90°) \Rightarrow LM = a\sin(90° - \beta) = a\cos\beta$. $LO = LM = a\cos\beta$;

$SO = SL + LO = a + a\cos\beta = a(1+\cos\beta) = 2a\cos^2\dfrac{\beta}{2}$.

Із $\Delta SOE(\angle SOE = 90°) \Rightarrow SO = OE \cdot tg\beta \Rightarrow SE = \dfrac{OE}{\cos\beta}$.

Тоді $OE \cdot tg\beta = 2a \cdot \cos^2\dfrac{\beta}{2} \Rightarrow OE = \dfrac{2a\cos^2\dfrac{\beta}{2}}{tg\beta} = 2a\cos^2\dfrac{\beta}{2}ctg\beta$; $SE = \dfrac{2a\cos^2\dfrac{\beta}{2}ctg\beta}{\cos\beta}$.

Опустимо $BK \perp CD$. Тоді $BK = 2OE$.

За теоремою Фалеса , оскільки BO = OD(за властивістю діагоналей ромба) і BK паралельна OE (як два перпендикуляра до однієї площі), KE = ED. Тоді OE – середня лінія трикутника BCD і BK=2OE за властивістю середньої лінії трикутника.

Із $\Delta BKC(\angle BKC = 90°) \Rightarrow BC = \dfrac{BK}{\sin\alpha}$;

$BK = 4a \cdot \cos^2\dfrac{\beta}{2} \cdot ctg\beta$; $BC = \dfrac{4a\cos^2\dfrac{\beta}{2}ctg\beta}{\sin\alpha}$.

Шукана площа:

$$S_{á³÷} = 2BC \cdot SE = \frac{16a \cdot \cos^2\dfrac{\beta}{2}ctg\beta}{\sin\alpha} \cdot \frac{a\cos^2\dfrac{\beta}{2}ctg\beta}{\cos\beta} = \frac{16a^2\cos^4\dfrac{\beta}{2}ctg^2\dfrac{\beta}{2}}{\sin\alpha\cos\beta} \text{ (кв. од).}$$

Відповідь: $\dfrac{16a^2\cos^4\dfrac{\beta}{2}ctg^2\dfrac{\beta}{2}}{\sin\alpha\cos\beta}$.

Голова ПЕК з математики