МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІДОКРЕМЛЕНИЙ СТРУКТУРНИЙ ПІДРОЗДІЛ
«ОДЕСЬКИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

ЗАТВЕРДЖЕНО
Голова приймальної комісії
Сергій МИРОНЕНКО
«__» ____________ 2023 рік

**Зразок завдань для співбесіди з математики для вступників
на основі повної загальної середньої освіти (11 клас) та
освітньо-кваліфікаційного рівня кваліфікований робітник в 2023 році
Частина І (завдання з вибором відповіді)**

1. Спростити вираз: $\dfrac{\sqrt{a}-1}{1-\sqrt[4]{a}}$ **.**

А	Б	В	Г
$\sqrt[4]{a}+1$	$\sqrt[4]{a}-1$	$-\sqrt[4]{a}-1$	інша відповідь

2. Знайти найбільше ціле значення $\boldsymbol{x}$, яке задовольняє нерівності:

$$\log_{\frac{1}{3}}(x\text{-}3)>\text{-}2.$$

А	Б	В	Г
7	**4**	**11**	**3**

3. Знайти період функції: $y = cos\left(\frac{3}{2}x + 18^{\circ}\right)$.

А	Б	В	Г
$\boldsymbol{\frac{3\pi}{2}}$	$\boldsymbol{3\pi}$	$\boldsymbol{\frac{4\pi}{3}}$	$\boldsymbol{2\pi}$

4. У арифметичній прогресії перший член дорівнює 8, різниця дорівнює 4. Знайти суму перших шістнадцяти членів цієї прогресії.

А	Б	В	Г
560	**608**	**712**	**320**

.

5. Який кут у градусах утворює з додатною піввіссю *OX* дотична до графіка функції $y = x^2 + \sqrt{3\pi}$ у точці $x_0 = 0{,}5$?

А	Б	В	Г
0°	30°	45°	60°

6. Центральний кут на 50° більше вписаного кута, який спирається на ту ж дугу. Знайти, скільки градусів містить дуга.

А	Б	В	Г
100°	85°	**70**°	60°

Частина II (завдання зі стислою відповіддю)

7. Розв’язати нерівність $|x-2|+|x+2| \le 4$ та вказати найменше ціле додатне рішення.

8. Знайти корені рівняння $\frac{1+tgx}{1-tgx} = 1 + sin2x$, які належать проміжку (-90°; 0°).

Частина III (завдання з розгорнутою відповіддю)

9. В основі піраміди лежить ромб з гострим кутом ***α.*** Всі двогранні кути при основі піраміди рівні ***β*** . Точка висоти піраміди, що знаходиться на відстані ***a*** від вершини піраміди, рівновіддалена від її бічної грані і площини основи. Визначити площу бічної поверхні піраміди.

Розв'язок зразку білета з математики для вступників на основі повної загальної середньої освіти (11 клас)

1. $\frac{\sqrt{a}-1}{1-\sqrt[4]{a}} = \frac{(\sqrt[4]{a}-1)(\sqrt[4]{a}+1)}{-(\sqrt[4]{a}-1)} = -\sqrt[4]{a}-1.$ **Відповідь: В**.

2. $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) > -2 \Rightarrow \begin{cases} x-3>0 \\ x-3<\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>3 \\ x<12 \end{cases} \Rightarrow 3<x<12 \Rightarrow \{11\}.$ **Відповідь: В**.

3. $y = \cos\left(\frac{3}{2}x + 18°\right); T = \frac{2\pi}{3/2} = \frac{4\pi}{3}.$ **Відповідь: В**.

4. $a_1 = 8, d = 4, S_{16} = ?$

$S_{16} = \frac{16 + 4\cdot 15}{2}\cdot 16 = (16+60)\cdot 8 = 76\cdot 8 = 608.$ **Відповідь: Б**.

5. $y = x^2 + \sqrt{3\pi}, x = 0.5; \alpha = ?$

$tg\alpha = y'(x_0); y'(x) = 2x; \; tg\alpha = 2\cdot 0.5 = 1 \Rightarrow \alpha = 45°$. **Відповідь: В**.

6. $2x = x + 50° \Rightarrow x = 50^\circ \Rightarrow 2x = 100°$. **Відповідь: А**

1	2	3	4	5	6
В	В	В	Б	В	А

7. $|x-2|+|x+2| \le 4$

Ця нерівність еквівалентна сукупності нерівностей:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<-2 \\ -x+2-x-2\le 4 \end{cases} \\ \begin{cases} -2\le x<2 \\ -x+2+x+2\le 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x\ge 2 \\ x-2+x+2\le 4 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<-2 \\ x\ge -2 \end{cases} \\ \begin{cases} -2\le x<2 \\ 4\le 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x\ge 2 \\ x\le 2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \varnothing \\ -2\le x<2 \Rightarrow x\in[-2;2]. \\ x=2 \end{array}\right.$$

Відповідь: $[-2;2]; \{1\}.$

8. $\dfrac{1+tgx}{1-tgx}=1+\sin 2x$ ОДЗ: $\cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2}+\pi n, n\in z,$

$\dfrac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}=(\cos x+\sin x)^2$ $tgx \neq 1 \Rightarrow x \neq \dfrac{\pi}{4}+\pi k, k\in z.$

$$(\cos x+\sin x)\left(\frac{1}{\cos x-\sin x}-(\cos x+\sin x)\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos x+\sin x=0\\ \dfrac{1-(\cos^2 x-\sin^2 x)}{\cos x-\sin x}=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\\ 1-\cos^2 x+\sin^2 x=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\\ \sin x=0\end{array}\right.\Rightarrow$$

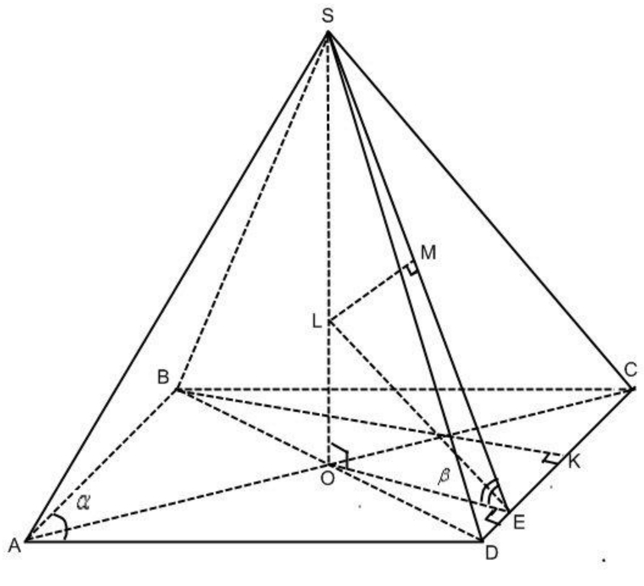
$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z\\ x=\pi n, n\in Z.\end{array}\right.$$

Знайдемо корені рівняння, які належать проміжку (-90°; 0°).

$k=0, x=-\dfrac{\pi}{4}\sim -45°.$

Відповідь: $\{-45°\}.$

9.



Дано: $SABCD$ – піраміда, $ABCD$ – ромб; $\angle BAD=\alpha$; всі двогранні кути при основі піраміди рівні β; $SO\perp(ABC)$; $L\in SO; SL=a$; $LM\perp SDC$; $OL=LM$.

Знайти: $S_{біч}-?$

Розв'язок:

Нехай $SABCD$ – піраміда. Так як усі двогранні кути при основі рівні, то вершина піраміди проектується у центр кола, що вписане в основу піраміди. А так як в основі піраміди – ромб, то вершина піраміди проектується в точку перетину діагоналей ромба. Крім того, $S_{біч}=\frac{1}{2}P_{осн}SE$, де $P_{осн}=4BC$ – периметр основи піраміди; SE – апофема піраміди.

Площина *SOE* перпендикулярна до площі *SCD* по признаку двох перпендикулярних площин. Тоді основа перпендикуляру *LM*, точка *M* (*LM* перпендикулярна площині *SCD*) лежить на відрізку *SE*.

$\angle OSE = 90° - \beta$.

Із $\Delta SLM(\angle SML = 90°) \Rightarrow LM = a\sin(90° - \beta) = a\cos\beta$. $LO = LM = a\cos\beta$;

$$SO = SL + LO = a + a\cos\beta = a(1+\cos\beta) = 2a\cos^2\frac{\beta}{2}.$$

Із $\Delta SOE(\angle SOE = 90°) \Rightarrow SO = OE \cdot tg\beta \Rightarrow SE = \dfrac{OE}{\cos\beta}$.

Тоді $OE \cdot tg\beta = 2a \cdot \cos^2\dfrac{\beta}{2} \Rightarrow OE = \dfrac{2a\cos^2\frac{\beta}{2}}{tg\beta} = 2a\cos^2\dfrac{\beta}{2}ctg\beta$; $SE = \dfrac{2a\cos^2\frac{\beta}{2}ctg\beta}{\cos\beta}$.

Опустимо $BK \perp CD$. Тоді $BK = 2OE$.

За теоремою Фалеса , оскільки *BO* = *OD*(за властивістю діагоналей ромба) і *BK* паралельна *OE* (як два перпендикуляра до однієї площі), *KE* = *ED*. Тоді *OE* – середня лінія трикутника *BCD* і *BK*=2*OE* за властивістю середньої лінії трикутника.

Із $\Delta BKC(\angle BKC = 90°) \Rightarrow BC = \dfrac{BK}{\sin\alpha}$;

$$BK = 4a \cdot \cos^2\frac{\beta}{2} \cdot ctg\beta;\ BC = \frac{4a\cos^2\frac{\beta}{2}ctg\beta}{\sin\alpha}.$$

Шукана площа:

$$S_{á³÷} = 2BC \cdot SE = \frac{16a \cdot \cos^2\frac{\beta}{2}ctg\beta}{\sin\alpha} \cdot \frac{a\cos^2\frac{\beta}{2}ctg\beta}{\cos\beta} = \frac{16a^2\cos^4\frac{\beta}{2}ctg^2\frac{\beta}{2}}{\sin\alpha\cos\beta}$$ (кв. од).

Відповідь:

$$\frac{16a^2\cos^4\frac{\beta}{2}ctg^2\frac{\beta}{2}}{\sin\alpha\cos\beta}.$$

Голова ПК з математики ________________ Вікторія ПЕРСНЬОВА