

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
 ВІДОКРЕМЛЕНИЙ СТРУКТУРНИЙ ПІДРОЗДІЛ
 «ОДЕСЬКИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ
 НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»



ЗАТВЕРДЖЕНО

Голова приймальної комісії

Сергій МИРОНЕНКО

2024 рік

Зразок завдань для співбесіди з математики для вступників
 на основі повної загальної середньої освіти (11 клас) та
 освітньо-кваліфікаційного рівня кваліфікований робітник в 2024 році
 Частина I (завдання з вибором відповіді)

1. Спростити вираз: $\frac{\sqrt{a}-1}{1-\sqrt[4]{a}}$.

А	Б	В	Г
$\sqrt[4]{a} + 1$	$\sqrt[4]{a} - 1$	$-\sqrt[4]{a} - 1$	інша відповідь

2. Знайти найбільше ціле значення x , яке задовольняє нерівності:

$$\log_3(x-3) > -2.$$

А	Б	В	Г
7	4	11	3

3. Знайти період функції: $y = \cos\left(\frac{3}{2}x + 18^\circ\right)$.

А	Б	В	Г
$\frac{3\pi}{2}$	3π	$\frac{4\pi}{3}$	2π

4. У арифметичній прогресії перший член дорівнює 8, різниця дорівнює 4. Знайти суму перших шістнадцяти членів цієї прогресії.

А	Б	В	Г
560	608	712	320

5. Який кут у градусах утворює з додатною піввіссю OX дотична до графіка функції $y = x^2 + \sqrt{3\pi}$ у точці $x_0 = 0,5$?

А	Б	В	Г
0°	30°	45°	60°

6. Центральний кут на 50° більше вписаного кута, який спирається на ту ж дугу. Знайти, скільки градусів містить дуга.

А	Б	В	Г
100°	85°	70°	60°

Частина II (завдання зі стислою відповіддю)

7. Розв'язати нерівність $|x - 2| + |x + 2| \leq 4$ та вказати найменше ціле додатне рішення.

8. Знайти корені рівняння $\frac{1+\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}x} = 1 + \sin 2x$, які належать проміжку $(-90^\circ; 0^\circ)$.

Частина III (завдання з розгорнутою відповіддю)

9. В основі піраміди лежить ромб з гострим кутом α . Всі двогранні кути при основі піраміди рівні β . Точка висоти піраміди, що знаходиться на відстані a від вершини піраміди, рівновіддалена від її бічної грані і площини основи. Визначити площу бічної поверхні піраміди.

Розв'язок зразку білета з математики для вступників на основі повної загальної середньої освіти (11 клас)

$$1. \frac{\sqrt{a}-1}{1-\sqrt[4]{a}} = \frac{(\sqrt[4]{a}-1)(\sqrt[4]{a}+1)}{-(\sqrt[4]{a}-1)} = -\sqrt[4]{a}-1.$$

Відповідь:

В.

$$2. \log_{\frac{1}{3}}(x-3) > -2 \Rightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 < \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 12 \end{cases} \Rightarrow 3 < x < 12 \Rightarrow \{11\}.$$

Відповідь:

В.

$$3. y = \cos\left(\frac{3}{2}x + 18^\circ\right); T = \frac{2\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{4\pi}{3}.$$

Відповідь:

В.

$$4. a_1 = 8, d = 4, S_{16} = ?$$

$$S_{16} = \frac{16 + 4 \cdot 15}{2} \cdot 16 = (16 + 60) \cdot 8 = 76 \cdot 8 = 608.$$

Відповідь:

Б.

$$5. y = x^2 + \sqrt{3\pi}, x = 0.5; \alpha = ?$$

$$\operatorname{tg} \alpha = y'(x_0); y'(x) = 2x; \operatorname{tg} \alpha = 2 \cdot 0.5 = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ.$$

Відповідь: В.

$$6. 2x = x + 50^\circ \Rightarrow x = 50^\circ \Rightarrow 2x = 100^\circ.$$

Відповідь: А

1	2	3	4	5	6
В	В	В	Б	В	А

$$7. |x - 2| + |x + 2| \leq 4$$

Ця нерівність еквівалентна сукупності нерівностей:

$$\left[\begin{cases} x < -2 \\ -x + 2 - x - 2 \leq 4 \\ -2 \leq x < 2 \\ -x + 2 + x + 2 \leq 4 \\ x \geq 2 \\ x - 2 + x + 2 \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{cases} x < -2 \\ x \geq -2 \\ -2 \leq x < 2 \\ 4 \leq 4 \\ x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \emptyset \\ -2 \leq x < 2 \\ x = 2 \end{array} \right] \Rightarrow x \in [-2; 2].$$

Відповідь: $[-2; 2]; \{1\}$.

$$8. \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = 1 + \sin 2x$$

$$\text{ОДЗ: } \cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z},$$

$$\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} = (\cos x + \sin x)^2 \operatorname{tg} x \neq 1 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$(\cos x + \sin x) \left(\frac{1}{\cos x - \sin x} - (\cos x + \sin x) \right) = 0$$

$$\left[\frac{\cos x + \sin x = 0}{1 - (\cos^2 x - \sin^2 x)} = 0 \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \\ 1 - \cos^2 x + \sin^2 x = 0 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \\ \sin x = 0 \end{array} \right] \Rightarrow$$

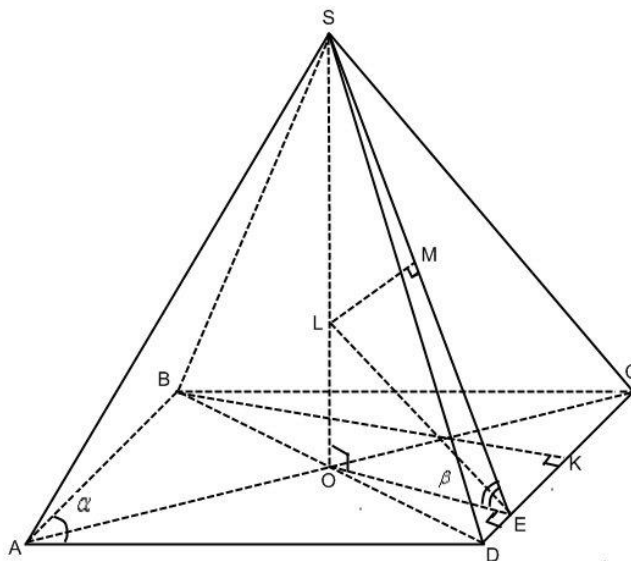
$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{array} \right.$$

Знайдемо корені рівняння, які належать проміжку $(-90^\circ; 0^\circ)$.

$$k = 0, x = -\frac{\pi}{4} \sim -45^\circ.$$

Відповідь: $\{-45^\circ\}$.

9.



Дано: $SABCD$ – піраміда, $ABCD$ – ромб; $\angle BAD = \alpha$; всі двогранні кути при основі піраміди рівні β ; $SO \perp (ABC)$; $L \in SO$; $SL = a$; $LM \perp SDC$; $OL = LM$.

Знайти: $S_{\text{біч}} - ?$

Розв'язок:

Нехай $SABCD$ – піраміда. Так як усі двогранні кути при основі рівні, то вершина піраміди проектується у центр кола, що вписане в основу піраміди. А так як в основі піраміди – ромб, то вершина піраміди проектується в точку перетину діагоналей ромба. Крім того, $S_{\text{біч}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} SE$, де $P_{\text{осн}} = 4BC$ – периметр основи піраміди; SE – апофема піраміди.

Площина SOE перпендикулярна до площі SCD по признаку двох перпендикулярних площин. Тоді основа перпендикуляру LM , точка M (LM перпендикулярна площині SCD) лежить на відрізку SE .

$$\angle OSE = 90^\circ - \beta.$$

$$\text{Із } \triangle SLM (\angle SML = 90^\circ) \Rightarrow LM = a \sin(90^\circ - \beta) = a \cos \beta. \quad LO = LM = a \cos \beta;$$

$$SO = SL + LO = a + a \cos \beta = a(1 + \cos \beta) = 2a \cos^2 \frac{\beta}{2}.$$

$$\text{Із } \triangle SOE (\angle SOE = 90^\circ) \Rightarrow SO = OE \cdot \operatorname{tg} \beta \Rightarrow SE = \frac{OE}{\cos \beta}.$$

$$\text{Тоді } OE \cdot \operatorname{tg} \beta = 2a \cdot \cos^2 \frac{\beta}{2} \Rightarrow OE = \frac{2a \cos^2 \frac{\beta}{2}}{\operatorname{tg} \beta} = 2a \cos^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{ctg} \beta; \quad SE = \frac{2a \cos^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{ctg} \beta}{\cos \beta}.$$

Опустимо $BK \perp CD$. Тоді $BK = 2OE$.

За теоремою Фалеса, оскільки $BO = OD$ (за властивістю діагоналей ромба) і BK паралельна OE (як два перпендикуляра до однієї площі), $KE = ED$. Тоді OE – середня лінія трикутника BCD і $BK = 2OE$ за властивістю середньої лінії трикутника.

$$\text{Із } \triangle BKC (\angle BKC = 90^\circ) \Rightarrow BC = \frac{BK}{\sin \alpha};$$

$$BK = 4a \cdot \cos^2 \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{ctg} \beta; \quad BC = \frac{4a \cos^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{ctg} \beta}{\sin \alpha}.$$

Шукана площа:

$$S_{a^2} = 2BC \cdot SE = \frac{16a \cdot \cos^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{ctg} \beta}{\sin \alpha} \cdot \frac{a \cos^2 \frac{\beta}{2} \operatorname{ctg} \beta}{\cos \beta} = \frac{16a^2 \cos^4 \frac{\beta}{2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\beta}{2}}{\sin \alpha \cos \beta} \quad (\text{кв. од}).$$

Відповідь:

$$\frac{16a^2 \cos^4 \frac{\beta}{2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\beta}{2}}{\sin \alpha \cos \beta}.$$