

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІДОКРЕМЛЕНИЙ СТРУКТУРНИЙ ПІДРОЗДІЛ
«ОДЕСЬКИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»



ЗАТВЕРДЖЕНО

Голова приймальної комісії

Сергій МИРОНЕНКО

2024 рік

ПЕРЕЛІК ЗАПИТАНЬ

**для проведення співбесіди з дисципліни «Математика»
для вступників до Відокремленого структурного підрозділу
«Одеський автомобільно-дорожній фаховий коледж
Національного університету «Одеська політехніка»
на основі базової та повної загальної середньої освіти
(9 клас та 11 клас) у 2024 році**

**I. Перелік запитань для проведення співбесіди для вступників
на основі базової загальної середньої освіти (9 клас)**

1. Знайдіть значення виразу $\sqrt{2x+1}$ при $x = -\frac{4}{9}$.
2. Обчислити: $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)\dots(\sqrt{99}-\sqrt{98})(\sqrt{99}+\sqrt{98})$.
3. Довести, що число $\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{5}$ є раціональним.
4. Спростити вираз $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}-\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$.
5. Спростити вираз $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2}$.
6. Спростити числовий вираз $\frac{0,26^0-0,2^{-1}}{(8:5^3)^{-1}\cdot 0,4^3}$.
7. Спростити вираз $\frac{\sqrt{60}-\sqrt{20}}{\sqrt{15}-\sqrt{5}}$.
8. Спростити вираз $\frac{(a^{-2}b^{-1}+a^{-1}b^{-2})}{(a^{-2}-b^{-2})}$.
9. Спростити вираз $\left(a^{-\frac{1}{2}}-b^{-\frac{1}{2}}\right)^{-1}:(a^{-1}-b^{-1})^{-1}$.
10. Спростити вираз $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.
11. Спростити числовий вираз $\frac{\left(8\frac{1}{8}\right)^{-1}-\left(21\frac{2}{3}\right)^{-1}}{13^{-1}}$.
12. Спростити вираз $\sqrt{(4-\sqrt{3})^2}$.
13. Спростити вираз $(a^2-b^2):(a^{-1}-b^{-1})$.
14. Спростити вираз $\frac{a^3-27}{5a^2-16a+3}$.
15. Скоротити дріб $\frac{3x^2-2x}{3x^2+7x-6}$.
16. Спростити вираз $\sqrt{a^2}\cdot\sqrt[3]{-a^3}+a\sqrt[5]{a^5}$.
17. Спростити вираз $(3+\sqrt{5})(5-\sqrt{5})-(\sqrt{5}+1)^2$.
18. Спростите вираз: $b\cdot\sin 45^\circ+b\cdot\cos 135^\circ+b\cdot\sin 180^\circ$
19. Порівняйте a^2 та a^3 , якщо відомо, що $0 < a < 1$.

20. Як зміниться величина дробу $\frac{2a^2b}{\sqrt{a^2+b^2}}$, якщо a і b зменшити у два рази?
21. Знайти значення числового виразу $\frac{7 \cdot 2^{78} - 9 \cdot 2^{77}}{16^{19}}$.
22. Розкласти на множники $x^4 - 81y^4$.
23. Розкласти на множники $x^3 + 125y^3$.
24. Розв'язати рівняння $\frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{x}{x-2} = \frac{3}{x}$.
25. Розв'язати рівняння $\frac{2}{x^2+5x} + \frac{3}{2x-10} = \frac{15}{x^2-25}$.
26. Розв'язати нерівність $\frac{x+4}{(x+1)^2} \geq 0$.
27. Розв'язати нерівність: $-2 \leq \frac{7-2x}{3} < 5$.
28. Розв'язати нерівність $(x-3)(x^2+2016) \geq 0$.
29. Розв'язати нерівність $(x-9) \cdot (x^2-4x+4) > 0$.
30. Довести, що при всіх дійсних значеннях a виконується нерівність:
 $(2a-5)(2a+5) - (3a-2)^2 \leq 2(a-12)$.
31. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} x^2 + y^2 = 50, \\ x + y = 6. \end{cases}$
32. При яких значеннях параметра a рівняння $2x^2 - ax + 8 = 0$ має два різних корені?
33. При яких значеннях параметра a рівняння $-x^2 + ax - 2 = 0$ не має розв'язків?
34. Один з коренів рівняння $3x^2 + 14x + c = 0$ дорівнює (-4) . Знайти інший корінь цього рівняння та коефіцієнт c .
35. Число 3 є коренем рівняння $4x^2 - 2x + m = 0$. Знайдіть другий корінь цього рівняння та коефіцієнт m .
36. Доведіть, що квадрат непарного числа – є непарне число.
37. Не розв'язуючи рівняння $x^2 + 3x - 5 = 0$, коренями якого є x_1 та x_2 , знайти $x_1^2 + x_2^2$.
38. Приведіть приклад квадратного рівняння, корені якого дорівнюють $3 + \sqrt{2}$ і $3 - \sqrt{2}$.
39. Знайти найменше значення функції $y = x^2 + 4x - 3$.
40. Знайти найбільше значення функції $y = -x^2 + 2x - 3$.
41. Побудувати графік функції $y = x^2 + 2x - 8$. Використовуючи побудований графік, знайти:

- а) множину значень функції;
 б) при яких x функція приймає від'ємні значення?
42. Знайти інтервали, на яких функція $y = 2x + 3 - x^2$ спадає.
43. Знайти область визначення функції $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x + 3}$.
44. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{4x - x^2}$.
45. Знайти область визначення функції $y = \frac{\sqrt{x - 3}}{x - 4}$.
46. Знайти область визначення функції $y = \frac{1}{\sqrt{x^2(x - 5)}}$.
47. Побудувати графік функції $y = x^2 + 2x - 3$.
48. Побудувати графік функції $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$.
49. Побудувати графік функції $y = |x - 5|$.
50. Побудувати графік функції $y = \sqrt{(x - 3)^2}$.
51. Побудувати графік функції $y = \frac{x^2 - x}{x - 1}$.
52. Принтер друкує одну сторінку за 4 секунди. Скільки сторінок можна роздрукувати на цьому принтері за t хвилин?
53. Знайти, скільки відсотків становить число $1\frac{5}{8}$ від числа $\frac{13}{15}$.
54. Число збільшене на 25%. На скільки відсотків потрібно зменшити отримане число, щоб знову вийшло задане число?
55. Знайти число, якщо 0,3% його дорівнює 0,21.
56. Фотоапарат коштував 100 грн. Його ціна була знижена на 14%, а через деякий час нова ціна знову була знижена на 20%. Скільки став коштувати фотоапарат після другого зниження ціни?
57. Деякий товар спочатку подорожчав на 10%, а потім подешевшав на 10%. Як змінилася ціна цього товару?
58. На скільки відсотків збільшиться площа прямокутника, якщо довжину прямокутника збільшити на 40%, а ширину – на 30%?
59. Велосипедист проїжджає 60 км зі швидкістю 12 км/год. Якщо він збільшить свою швидкість на 25%, на скільки відсотків скоротиться час, витрачений велосипедистом на цей шлях?
60. Між числами 5 і 20 вставити чотири такі числа, щоб вони всі разом утворювали арифметичну прогресію.
61. Між числами 2 і 162 вставити три такі числа, щоб вони всі разом утворювали геометричну прогресію.
62. В арифметичній прогресії відомі $a_1 = \sin 30^\circ$ і $a_2 = \cos 120^\circ$. Чому дорівнює десятий член цієї прогресії?

63. Доведіть, що при будь-яких a і b відповідні значення виразів $(a+b)^2$, $a^2 + b^2$ і $(a-b)^2$ утворюють арифметичну прогресію.
64. Які з наступних прямих а) $x - 2y = 3$; б) $2x + 2y = 5$; в) $-2x + 4y = \pi$; г) $2x + 4y = 6$ є паралельними?
65. Пряма $y = kx + b$ проходить через точки $A(-2; -15)$ і $B(0,5; -5)$. Знайдіть рівняння цієї прямої.
66. Побудуйте відрізок довжиною $\sqrt{5}$.
67. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 24 см. Чому дорівнює радіус описаного навколо кола?
68. Через точку A кола з центром O проведена дотична AB . Знайдіть радіус кола, якщо $OB = 8$, $\angle AOB = 60^\circ$.
69. У рівнобедреному прямокутному трикутнику з катетами $4\sqrt{2}$, знайти висоту, яка проведена з вершини прямого кута.
70. Висота прямокутного трикутника, що проведена до гіпотенузи, поділяє її на відрізки 4 см і 9 см відповідно. Знайти довжину цієї висоти.
71. Площа круга дорівнює 25π см². Чому дорівнює довжина його кола?
72. Визначити периметр рівнобедреної трапеції, якщо її середня лінія дорівнює 25 см, а бічна сторона дорівнює 15 см.
73. Знайти площу рівнобедреного прямокутного трикутника, гіпотенуза якого дорівнює 10 см.
74. Сторони прямокутника 6 см і 8 см. Знайти радіус кола, описаного навколо цього прямокутника.
75. Чи можуть бути перпендикулярними радіус і хорда, проведені з однієї й тієї ж точки кола? Відповідь обґрунтувати.
76. Бічні сторони трапеції дорівнюють 3 см і 7 см. Знайти середню лінію трапеції, якщо в неї можна вписати коло.
77. Одна з діагоналей ромба дорівнює його стороні. Які кути має цей ромб?
78. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 18 см, а висота, проведена до основи, дорівнює 3 см. Знайти площу трикутника.
79. Знайдіть абсцису центра кола, описаного навколо трикутника, вершини якого мають координати $(8; 0)$, $(0; 6)$, $(8; 6)$. Зробити рисунок.
80. У якій координатній чверті знаходиться точка перетину прямих $x + 5y = -7$ і $3x + 2y = 5$?

II. Перелік запитань для проведення співбесіди для вступників на основі повної загальної середньої освіти (11 клас)

1. Обчислити значення числового виразу: $\sqrt[4]{9} \cdot 3^{-1,5}$.
2. Обчислити значення числового виразу: $(2^{\sqrt{27}})^{\sqrt{3}} \cdot 2^{-3}$.
3. Спростити вираз $(\sqrt{2-\sqrt{5}} + \sqrt{2+\sqrt{5}})^2$.

4. Спростити вираз $\frac{\sqrt{27} - \sqrt{12}}{\sqrt{75} - \sqrt{3}}$.
5. Спростити вираз $\sqrt{125} - 2\sqrt{27} + \sqrt{3}$.
6. Спростити вираз: $\sqrt{a^2} \cdot \sqrt[3]{-a^3} + a \sqrt[5]{a^5}$
7. Обчислити значення числового виразу: $\left(\frac{1}{512} \cdot \frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$.
8. При яких значеннях x має зміст вираз: $\lg(x - 3)$?
9. При яких значеннях x має зміст вираз: $\log_{\frac{1}{3}} \frac{5-x}{x-1}$?
10. При яких значеннях x має зміст вираз: $\log_x 5$?
11. Обчислити значення числового виразу: $\log_6 4 + \log_6 9$.
12. Обчислити значення числового виразу: $\log_5 50 - \log_5 2$.
13. Обчислити значення числового виразу: $5^{\log_5 6}$.
14. Обчислити $3^{\log_3 14 - \log_3 7}$.
15. При якому значенні a має зміст вираз: $\sin x = \frac{a}{4}$?
16. При якому значенні a має зміст вираз: $\cos x = 5a$?
17. При якому значенні a має зміст вираз: $\sin x = 2 - a$?
18. Визначити знак виразу: $\sin 35^\circ \cdot \cos 95^\circ$.
19. Визначити знак виразу: $\sin 105^\circ \cdot \cos 25^\circ$.
20. Визначити знак виразу: $\operatorname{tg} 235^\circ \cdot \operatorname{ctg} 100^\circ$.
21. Порівняти числа: $\sin 10^\circ \cos 20^\circ$ і $\sin 40^\circ$. Відповідь обґрунтувати.
22. Спростити вираз $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + 19$.
23. Спростити вираз $\cos 19^\circ \cdot \cos 41^\circ - \sin 19^\circ \cdot \sin 41^\circ$.
24. Спростити вираз $\frac{\sin 77^\circ - \sin 13^\circ}{\sin 32^\circ}$.
25. Спростите вираз: $b \cdot \sin 45^\circ + b \cdot \cos 135^\circ + b \cdot \sin 180^\circ$.
26. Знайдіть $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = 0,6$ й $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
27. Яке із чисел $\sin 1$, $\sin 3$, $\sin 5$, $\sin 7$, $\sin \frac{\pi}{2}$ є найменшим?
28. Чи можуть тангенс і котангенс того ж самого кута бути відповідно рівними $\sqrt{5} - 2$ й $\sqrt{5} + 2$?
29. Розв'язати рівняння: $3^{x+2} = 81$.
30. Розв'язати рівняння: $2^x - 2^{x-2} = 24$.
31. Розв'язати рівняння: $3^{x-1} + 3^{x+2} = 28$.
32. Розв'язати рівняння: $(0,2)^{x^2-4} = 25$.

33. Розв'язати рівняння: $4^x - 2^{x+3} = 0$.
34. Розв'язати рівняння: $5^{x-1} \cdot 3^{x+1} = 135$.
35. Розв'язати рівняння: $\log_2 3x = 0$.
36. Розв'язати рівняння: $\log_2 \log_3 x = 0$.
37. Розв'язати рівняння: $\log_2(x-1) + \log_2(x-8) = 3$
38. Розв'язати рівняння: $\log_2(2x+2) - \log_2(x-3) = 0$.
39. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x-2} = \sqrt{6-3x}$.
40. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x^2 - x} = x$.
41. Знайти цілий корінь рівняння $\sqrt{5x+1} = x-1$.
42. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x-1} = x+1$.
43. Розв'язати рівняння: $\sqrt[3]{x^2 + 6x + 8} = 2$.
44. Визначити кількість коренів рівняння $(x^2 - 9)(x-5)\sqrt{2-x} = 0$.
45. Розв'язати нерівність $\frac{x-2}{x} > \frac{1}{x}$.
46. Знайти множину всіх розв'язків нерівності $\frac{1}{x-1} < \frac{1}{x+1}$.
47. Розв'язати нерівність: $(x+1) \cdot \sqrt{(x+4) \cdot (x+7)} \leq 0$.
48. Розв'язати нерівність $(2\sqrt{6} - 5)(3x - 7) < 0$.
49. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності $|x-5| < 4$.
50. Розв'язати нерівність $|x-1| \geq -2$.
51. Розв'язати нерівність: $5^{x^2-3x} \leq 1$.
52. Розв'язати нерівність: $4^{2-4x} \leq 16$.
53. Розв'язати нерівність: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-1} \leq 1$.
54. Розв'язати нерівність: $(0,2)^{x+3} \leq 25$.
55. Знайти область визначення функції: $y = \sqrt[4]{9-x^2}$.
56. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{8-(0,5)^x}$.
57. Знайти область визначення функції: $y = \frac{2}{\sqrt{x^2-1}}$.
58. Знайти область визначення функції: $y = \log_2(4-2x)$.
59. Знайти область визначення функції: $y = \frac{1}{2^x-8}$.
60. Знайти область визначення функції: $y = \arcsin 4x$.
61. Чому дорівнює довжина відрізка, на якому визначена наступна функція
 $y = \sqrt{(\operatorname{tg} 60^\circ - x) \cdot (x - \cos 30^\circ)}$.

62. Приведіть приклад квадратного рівняння, корені якого $3 + \sqrt{2}$ й $3 - \sqrt{2}$.
63. Побудувати графік функції $y = x^2 + 2x - 8$. Використовуючи побудований графік, знайти:
- множину значень функції;
 - при яких значеннях x функція приймає від'ємні значення.
64. Побудувати (схематично) графік функції: $y = \log_2(-x)$.
65. Побудувати (схематично) графік функції: $y = \sin x - 3$.
66. Побудувати (схематично) графік функції: $y = |x^2 - 4x|$.
67. Побудувати (схематично) графік функції: $y = -2^x$.
68. Побудувати графік функції: $y = 2|x| + 1$.
69. Знайти число, якщо 0,2% цього числа дорівнює 0,36.
70. Обчислити значення похідної функції $y = 2^x \cdot (3x + 1)$ у точці $x = 0$.
71. Обчислити похідну функції $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$ у точці $x = 0$.
72. Обчислити похідну функції $y = \sqrt{4x + 9}$ у точці $x = 0$.
73. Чому дорівнює похідна функції $y = \cos \frac{\pi}{4}$?
74. Знайти проміжки спадання і зростання функції $y = x^3 - 3x^2$.
75. Знайти проміжки спадання і зростання функції $y = x^4 - x$.
76. Знайти суму перших тринадцяти членів арифметичної прогресії: -8; -5; -2; ...
77. Знайти тринадцятий член арифметичної прогресії, якщо сума її n перших членів $S_n = 4n^2 - 7n$.
78. Знайти знаменник геометричної прогресії, якщо $b_1 = 2; b_5 = 162$.
79. Дана геометрична прогресія ...; $(-1); b_k; (-8); \dots$ Знайти b_k .
80. В арифметичній прогресії відомі $a_1 = \sin 30^\circ$ і $a_2 = \cos 120^\circ$. Чому дорівнює десятий член цієї прогресії?
81. Знайти суму $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots$
82. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 8 см. Чому дорівнює радіус описаного кола?
83. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 5 см і 12 см відповідно. Знайти радіус описаного навколо цього трикутника кола.
84. Катети трикутника дорівнюють $\log_4 9$ і $\log_3 16$. Чому дорівнює площа даного трикутника?
85. Чому дорівнює площа трикутника, у якого довжини катетів співпадають з коренями рівняння $x^2 - 2\sqrt{5}x + 3 = 0$?
86. У рівнобедреному прямокутному трикутнику з катетами, які дорівнюють $\sqrt{2}$, знайти висоту, опущену з вершини прямого кута.

87. Висота прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи, ділить її на відрізки 1 см і 9 см. Знайти довжину цієї висоти.
88. Площа круга дорівнює 36π см². Чому дорівнює довжина його кола?
89. Знайти площу рівнобедреного прямокутного трикутника, гіпотенуза якого дорівнює 12 см.
90. При яких значеннях x і y вектори $\vec{a} = (x; -2; 5)$ і $\vec{b} = (1; y; -4)$ колінеарні?
91. При якому значенні x вектори $\vec{a} = (1; x; -2)$ і $\vec{b} = (x; 3; -4)$ взаємно перпендикулярні?
92. Знайти довжину вектора $\vec{a} = (1; 3; -\sqrt{6})$.
93. Знайти $\vec{a} \cdot \vec{b}$, якщо $\vec{a} = (1; 3; -2)$ і $\vec{b} = (-1; 3; -4)$.
94. З деякої точки простору до даної площини α проведений перпендикуляр, який дорівнює 12 см, і похила, яка дорівнює 13 см. Знайти проекцію похилої на площину α .
95. Площа поверхні куба дорівнює 54 см². Знайти його ребро.
96. Знайти об'єм прямокутного паралелепіпеда, виміри якого 2 см, 3 см, 4 см.
97. Знайти об'єм правильної трикутної призми, усі ребра якої дорівнюють 4 см.
98. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, а висота піраміди 10 см. Знайти бічне ребро.
99. Осьовий переріз циліндра – квадрат, площа якого 100 см². Знайти площу основи циліндра.
100. Ромб, площа якого дорівнює S , обертається навколо сторони. Визначити площу S_{Π} поверхні тіла обертання.